

Hong Kong Mathematics Olympiad (1988 – 89)

Heat Event (Individual)

香港数学竞赛 (1988 – 89)

初赛项目 (个人)

1. Given that $x + \frac{1}{x} = 3$, find $x^2 + \frac{1}{x^2}$.

已知 $x + \frac{1}{x} = 3$, 求 $x^2 + \frac{1}{x^2}$ 。

2. If $x \# y = xy - 2x$, find the value of $2 \# 3$.

设 $x \# y = xy - 2x$, 求 $2 \# 3$ 的值。

3. Find the number of sides of a regular polygon if an interior angle exceeds an exterior angle by 150° .
若一正多边形的某内角较其外角大的 150° , 求该正多边形边的数目。

4. Find the value of b such that $10^{\log 9} = 8b + 5$.

已知 $10^{\log 9} = 8b + 5$, 求 b 的值。

5. A man cycles from P to Q with a uniform speed of 15 km/h and then back from Q to P with a uniform speed of 10 km/h. Find the average speed for the whole journey.

某人以时速的 15 km 乘单车由 P 至 Q , 然后以时速 10 km 由 Q 返回 P 。求该人来回全程的平均速度。

6. $[x]$ denotes the greatest integer less than or equal to x . For example, $[3] = 3$, $[5.7] = 5$.

If $[\sqrt[5]{1}] + [\sqrt[5]{2}] + \cdots + [\sqrt[5]{n}] = n + 14$, find n .

$[x]$ 是小于或等于 x 的最大整数。例如, $[3] = 3$, $[5.7] = 5$ 。若 $[\sqrt[5]{1}] + [\sqrt[5]{2}] + \cdots + [\sqrt[5]{n}] = n + 14$, 求 n 。

7. A boy tries to find the area of a parallelogram by multiplying together the lengths of two adjacent sides. His answer is $\sqrt{2}$ times the correct area. If the acute angle of the parallelogram is x° , find x .

某小孩以平行四边形的邻边的乘积作为该图形的面积计算, 他的答案是正确面积的 $\sqrt{2}$ 倍。若该平行四边形的锐角是 x° , 求 x 。

8. If the points $A(-8, 6)$, $B(-2, 1)$ and $C(4, c)$ are collinear, find c .

已知三点 $A(-8, 6)$ 、 $B(-2, 1)$ 及 $C(4, c)$ 共线, 求 c 。

9. The graphs of $x^2 + y = 8$ and $x + y = 8$ meet at two points. If the distance between these two points is \sqrt{d} , find d .

曲线 $x^2 + y = 8$ 与直线 $x + y = 8$ 相交于两点。若该两点的距离是 \sqrt{d} , 求 d 。

10. The sines of the three angles of a triangle are in the ratio $3:4:5$. If A is the smallest interior angle of the triangle and $\tan A = \frac{x}{16}$, find x .

在某三角形中，各内角正弦的比是 $3:4:5$ 。若 A 是这个三角形的最小内角，且 $\tan A = \frac{x}{16}$ ，求 x 。

11. Two dice are thrown. Find the probability that the sum of the two numbers shown is greater than 7. 两骰同掷，求两数的和大于 7 的概率。

12. F is a function defined by $F(x) = \begin{cases} 2x+1, & \text{if } x \leq 3 \\ 3x^2, & \text{if } x > 3 \end{cases}$. Find $F(F(3))$.

函数 F 定义为 $F(x) = \begin{cases} 2x+1, & \text{if } x \leq 3 \\ 3x^2, & \text{if } x > 3 \end{cases}$ 。求 $F(F(3))$ 。

13. If $\begin{pmatrix} a & b & c \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = ax+by+cz$ and $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 14 \\ y \\ 2 \end{pmatrix} = 26$, find y .

设 $\begin{pmatrix} a & b & c \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = ax+by+cz$ ，且 $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 14 \\ y \\ 2 \end{pmatrix} = 26$ ，求 y 。

14. If $\frac{1}{B} = \frac{\sin 37^\circ \sin 45^\circ \cos 60^\circ \sin 60^\circ}{\cos 30^\circ \cos 45^\circ \cos 53^\circ}$, find B .

设 $\frac{1}{B} = \frac{\sin 37^\circ \sin 45^\circ \cos 60^\circ \sin 60^\circ}{\cos 30^\circ \cos 45^\circ \cos 53^\circ}$ ，求 B 。

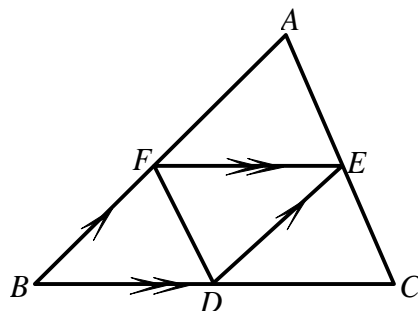
15. If $x+y=-4$, $y+z=5$ and $z+x=7$, find the value of xyz .

已知 $x+y=-4$ 、 $y+z=5$ 及 $z+x=7$ ，求 xyz 的值。

16. α, β are the roots of the equation $x^2-10x+c=0$. If $\alpha\beta=-11$ and $\alpha > \beta$, find the value of $\alpha-\beta$.

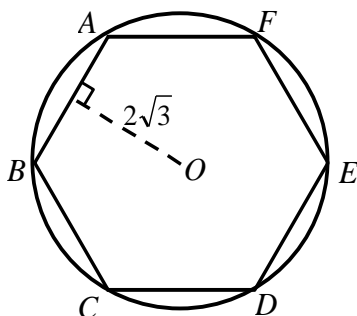
已知 α, β 为 $x^2-10x+c=0$ 的两根，且 $\alpha\beta=-11$ 及 $\alpha > \beta$ ，求 $\alpha-\beta$ 的值。

17. In Figure 1, $FE \parallel BC$ and $ED \parallel AB$. If $AF:FB=3:2$, find the ratio area of $\triangle DEF$: area of $\triangle ABC$.
 如图 1 所示, $FE \parallel BC$ 及 $ED \parallel AB$ 。若 $AF:FB=3:2$, 求 $\triangle DEF$ 的面积: $\triangle ABC$ 的面积。



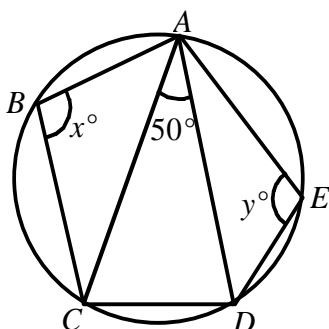
(Figure 1) (图 1)

18. In Figure 2, a regular hexagon $ABCDEF$ is inscribed in a circle centred at O . If the distance of O from AB is $2\sqrt{3}$ and p is the perimeter of the hexagon, find p .
 如图 2 所示, $ABCDEF$ 为一内接正六边形, O 为其外接圆心。若 O 至 AB 的距离为 $2\sqrt{3}$, 且 p 为该正六边形的周界, 求 p 。



(Figure 2) (图 2)

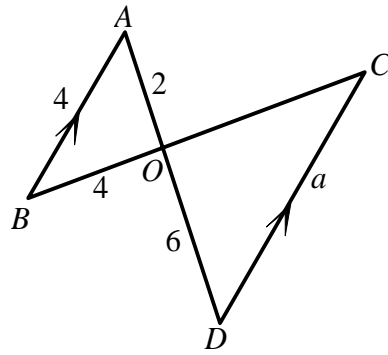
19. In Figure 3, $ABCD$ and $ACDE$ are cyclic quadrilaterals. Find the value of $x + y$.
 在图 3 中, $ABCD$ 及 $ACDE$ 是圆内接四边形, 求 $x + y$ 的值。



(Figure 3) (图 3)

20. Find the value of a in Figure 4 .

如图 4 所示，求 a 。



(Figure 4) (图 4)